Subiectul III — Exercițiul 2

Matematica — M2_Stiinte-ale-Naturii

Toate aparițiile acestui exercițiu din toate modelele de examen din categoria de mai sus.

102 exerciții · din 102 sesiuni (2012–2026)

1. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Model Oficial

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcțiile $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x)=3m^2x^2+6mx+9$, unde $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Determinați mulțimea primitivelor funcției f_0.

5p **b)** Calculați aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 \frac{f_2(x)-9}{x}\cdot e^x\,dx$.

2. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Speciala Subiect V07 · V07

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^{2012}+x^{2011}+x^2+x$.

5p **a)** Determinați primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcției f, care verifică relația $F(0)=1$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x+1}dx$.

5p **c)** Calculați volumul corpului obținut prin rotația, în jurul axei Ox, a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-x^{2012}-x^{2011}$.

3. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Toamna August · V09

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\cdot\sqrt{x+1}$.

5p **a)** Determinați primitivele funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{\sqrt{x+1}}$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^2\sqrt{x+1}\cdot f(x)\,dx$.

5p **c)** Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $h:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $h(x)=e^{-x}\cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=2$ și $x=3$.

4. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2012 · Vara Iunie · V05

2012_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V05.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=xe^x-e^x+2012$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\int_1^e f(\ln x)\,dx$.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

5. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Model Oficial

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră funcția $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=(x+n)e^x$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f_1(x)\,dx$.

5p **b)** Arătați că funcția f_{2011} este o primitivă a funcției f_{2012}.

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^1 f_n(x)\,dx\geq\frac{9n+5}{6}$, pentru orice număr natural nenul n, folosind eventual inegalitatea $e^x\geq x+1$, adevărată pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

6. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Speciala Subiect V03 · V03

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 x f(x)\,dx=\frac{1}{2}\ln 2$.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 x f'(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

7. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Toamna August · V09

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+1)(x-1)$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^3 \frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f ştiind că $F(1)=-1$.

5p **c)** Arătaţi că $\int_2^e \frac{f(x)\ln x}{x^2-1}dx=\frac{e^2}{4}-2\ln 2+1$.

8. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2013 · Vara Iunie · V02

2013_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)\,dx+\int_0^1 x^3 f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $h:[0,1]\to\mathbb{R}$, $h(x)=f(x)$.

9. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Model Oficial

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$.

5p **a)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 (x+2)f(x)dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\displaystyle\int_{2013}^{2014}\left(f(x)+(x+2)f'(x)\right)dx=1$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{x}{f(x)}$.

10. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Simulare Nationala

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **b)** Calculaţi $\displaystyle\int_1^e (x+1)f(x)\ln x\,dx$.

5p **c)** Arătaţi că $F(e-1)=\dfrac{e^2-4e+7}{2}$, unde $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=1$.

11. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Speciala Subiect V09 · V09

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_1^2 (x+1)f(x)\,dx = 2\ln 2-1$.

5p **b)** Arătaţi că $\displaystyle\int_1^e \left(f(x)+(x+1)f'(x)\right)dx = 1$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[2,3]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{\ln x}{f(x)}$.

12. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Toamna August · V07

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_1^e f(x)\cdot f'(x)\,dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_1^e x^3 f(x)\,dx=\frac{3e^4+1}{16}$.

5p **c)** Determinaţi aria suprafaţei plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=e$.

13. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2014 · Vara Iunie · V01

2014_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+8x+15}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^{2014}(x+3)(x+5)f(x)\,dx=2014$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^{1}f(x)\cdot f'(x)\,dx=-\frac{1}{144}$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>0$ știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=a$, are aria egală cu $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{10}{9}$.

14. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Model Oficial

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\dfrac{1}{x+1}$.

5p **a)** Calculaţi $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-\frac{1}{x+1}\right)dx$.

5p **b)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 xf(x)dx=\frac{4}{3}-\ln 2$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural nenul n, ştiind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$, $x=1$, are aria egală cu $\dfrac{1}{2}+\ln\left(n^2+n\right)$.

15. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Simulare Nationala

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+3x^2+2x+1$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(-1)=1$.

5p **c)** Arătați că pentru orice număr real nenul a are loc relația $\int_0^a f(x)\,dx+\frac{1}{a}\int_a^0 f(x)\,dx=a^4-1$.

16. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Speciala Subiect V09 · V09

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{f(x)}dx=\frac{3}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 x^2 f(x)dx=-\frac{1}{2}+\ln 2$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$.

17. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Toamna August · V01

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+2}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 x f(x)\,dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x+2\ln x+2015$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcţiei $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=(f(x)-1)\ln x$, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ și $x=e$ are aria egală cu 1.

18. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2015 · Vara Iunie · V08

2015_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-2x+5$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)+2x-5\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^2 \frac{f'(x)}{f(x)}dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{2014}^{2015} \frac{1}{f(x)}dx\le\frac{1}{4}$.

19. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Model Oficial

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x^2+1}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2\left(f(x)-\frac{1}{x}\right)dx=3$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+\ln x+2016$ este o primitivă a funcţiei f.

5p **c)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[1,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ este mai mic decât 14π.

20. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Simulare Nationala

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-2$.

5p **a)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Calculaţi $\int_0^1 x f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x, ştiind că $\int_1^x f(t)\,dt=0$.

21. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Speciala Subiect V01 · V01

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3x+1)e^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x)\,dx=\frac{5}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real m, pentru care funcţia $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(3x+m)e^x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinați numărul real nenul a, știind că $\int_0^a f(x)\,dx=3a$.

22. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Toamna August · V02

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 x^2 f(x)\,dx = e(e-1)$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe intervalul $[2,+\infty)$.

5p **c)** Demonstrați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ și $x=2$ are aria mai mică sau egală cu $e(e-1)$.

23. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2016 · Vara Iunie · V08

2016_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+3}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2\left(x^2+3x+3\right)f(x)\,dx=6$.

5p **b)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=3$ are aria egală cu $\ln 7$.

5p **c)** Demonstrați că $\displaystyle\int_{-1}^{0}f'(x)f(x)\,dx=0$.

24. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Model Oficial

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+3}$.

5p **a)** Calculați $\displaystyle\int_1^2\left(x^2+3x+3\right)f(x)\,dx$.

5p **b)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=3$ are aria egală cu $\ln 7$.

5p **c)** Demonstrați că $\displaystyle\int_{-1}^{0} f'(x)f(x)\,dx=0$.

25. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Simulare Nationala

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x}\,dx=-\frac{1}{2}$.

5p **b)** Determinați numărul real a, știind că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x+a)e^x$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că $\int_0^1 x^3 f(x)\,dx\le-\frac{1}{20}$.

26. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Speciala Subiect V04 · V04

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x+2x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x)-2x\right)dx=e-1$.

5p **b)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-e^x$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, știind că $\int_0^a x f(x)\,dx=1+\frac{2a^3}{3}$.

27. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Toamna August · V10

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V10.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^2+2}{2x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_1^2 2xf(x)\,dx=\frac{13}{3}$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f, pentru care $F(1)=1$.

5p **c)** Demonstrați că $\displaystyle 2\int_1^n \left(f(x)+xf'(x)\right)dx=n^2-1$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$.

28. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2017 · Vara Iunie · V02

2017_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{f(x)}dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcţiei f, știind că $F(1)=\dfrac{\pi}{4}+1$.

5p **c)** Determinați numărul natural n, știind că $\displaystyle\int_0^n x f(x)dx=\frac{1}{2}\ln 5$.

29. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Model Oficial

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x)dx=1$.

5p **c)** Determinaţi volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$.

30. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Simulare Nationala

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-4x+1, & x\in(-\infty,1)\\ \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\int_{-1}^{e} f(x)\,dx=2\left(4-\sqrt{e}\right)$.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\int_{e^n}^{e^{n+1}} f^2(x)\,dx=\frac{7}{3}$.

31. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Speciala Subiect V03 · V03

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:[2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x-2}$.

5p **a)** Arătați că $\int_2^3 f(x)\sqrt{x-2}\,dx=\frac{4}{3}$.

5p **b)** Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x+2)}{x+2}\cdot\sqrt{e^x}$ este egal cu π.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\int_3^x f(t)\cdot\frac{1}{\sqrt{t-2}}\,dt}{x^2}$.

32. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Toamna August · V09

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_{0}^{3}\frac{xf(x)}{e^{x}}dx=9$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n, pentru care suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ și $x=n$ are aria egală cu 1.

33. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2018 · Vara Iunie · V02

2018_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+\dfrac{1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=22$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 \left(f(x)-\frac{1}{x+1}\right)e^{x^3}\,dx$.

5p **c)** Determinați numărul natural nenul n, știind că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-3x^2$ este egal cu $\dfrac{\pi}{n}$.

34. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Model Oficial

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 f(x)dx=12$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{x}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$.

5p **c)** Demonstrați că există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f(t)}dt=x$.

35. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Simulare Nationala

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\left(x^2+4x+5\right)e^x$.

5p **a)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1\left(f(x)-x^2e^x-5e^x\right)dx$.

5p **c)** Demonstrați că $\frac{e^2-1}{e^3}\le\int_{-3}^{-1}f(x)dx\le\frac{2\left(e^2-1\right)}{e^3}$.

36. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Speciala Subiect V08 · V08

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V08.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=4$.

5p **b)** Arătați că funcția $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+x-\ln(x+1)$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{1}{x^3}f(x)$, axa Ox, dreptele de ecuații $x=1$ și $x=a^2$ are aria egală cu $\ln 5$.

37. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Toamna August · V07

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)(x+1)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x}dx=6$.

5p **b)** Determinaţi aria suprafeței plane delimitate de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ și $x=2$.

5p **c)** Determinaţi numărul real a, $a>2$, știind că $\int_2^a \frac{2xe^x}{f(x)}dx=3\ln 2$.

38. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2019 · Vara Iunie · V06

2019_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+3}{e^x}$.

5p **a)** Arătaţi că $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)e^x dx=6$.

5p **b)** Demonstraţi că orice primitivă a funcției f este crescătoare pe intervalul $[-3,+\infty)$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural nenul n, știind că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=0$ și $x=n$ are aria egală cu $4-6e^{-n}$.

39. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Model Oficial

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$, $f(x)=x+\frac{9}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-\frac{9}{x}\right)dx=4$.

5p **b)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{2}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=9$ are aria egală cu $2\ln 3$.

5p **c)** Determinați numărul real a, știind că $\int_1^{\sqrt{3}}\left(f(x)-\frac{9}{x}\right)\operatorname{arctg}x\,dx=\frac{5\pi}{12}-\frac{3+\sqrt{3}-a}{2}$.

40. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Speciala Subiect V01 · V01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x+x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1\left(f(x)-xe^x\right)dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^2\frac{1}{x}\cdot f\left(x^2\right)dx=\frac{e^4-e+3}{2}$.

5p **c)** Se consideră $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitiva funcției f pentru care $F(1)=0$. Arătați că $\int_0^1 F(x)\,dx=\frac{5-3e}{3}$.

41. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.
5p	**c)** Arătați că $\int_e^{e^2} x^2 F(x)\,dx = \frac{3}{2}$.

42. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+2)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{e^x}dx=18$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

5p **c)** Determinaţi numărul natural nenul n, știind că $\int_1^n \frac{(x+1)e^x}{f(x)}dx=\frac{3\ln 2}{2}$.

43. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{e^x} f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.

5p **b)** Calculați $\int_1^2 \frac{1}{x^2} f(x)\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f are un singur punct de inflexiune.

44. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

	2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_1^e f'(x)\,dx=1$.
5p	**b)** Calculați $\int_1^e \frac{f^2(x)}{x}\,dx$.
5p	**c)** Determinaţi numărul real p, $p>1$, știind că $\int_1^p x f(x)\,dx=\frac{p^2}{2}\ln p-\frac{3}{4}$.

45. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to(0,+\infty)$, $f(x)=\dfrac{x^2+4}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^3\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)dx=4$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_2^6\frac{2}{f(x)}dx$.

5p **c)** Determinați numărul real nenul a, știind că $\displaystyle\int_1^e\left(f(x)-\frac{4}{x}\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{a}$.

46. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

5p	**b)** Calculaţi $\int_1^4 g(x)\,dx$.
5p	**c)** Determinaţi numărul real m, $m>1$, pentru care $\int_1^m f(x)\cdot g(x)\,dx=20$.

47. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p	**b)** Pentru $m=4$, calculați $\int_1^e f(x)\,dx$.
5p	**c)** Pentru $m=0$, calculați $\int_1^2 x f(x)\,dx$.

48. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^2 f(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că orice primitivă $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f este concavă.

49. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

5p **c)** Se consideră numerele reale pozitive a, b şi c. Demonstrați că, dacă $1-\int_0^a \frac{f(x)}{x+1}\,dx$, $1-\int_0^b \frac{f(x)}{x+1}\,dx$ şi $1-\int_0^c \frac{f(x)}{x+1}\,dx$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii geometrice, atunci a, b şi c sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

50. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f_1(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\int_0^1 f_n(x)dx \leq \frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n.

51. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^e \left(f(x)+\frac{2x-1}{x^2+1}\right)\ln x\,dx = e^2+a$.

52. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

	2. Se consideră funcţia $f:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2\ln(2x+1)$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^1 \left(f(x)-2\ln(2x+1)\right)dx=\frac{1}{2}$.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.
5p	**c)** Dacă F este o primitivă a funcției f, arătați că $F(\pi)\le F\left(\frac{16}{5}\right)$.

53. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test13

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test13.pdf

---

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1\left(f(x)-\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\right)dx=\frac{1}{3}$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^4\big(f(x)-f(-x)\big)dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>4$, astfel încât $\displaystyle\int_4^a\frac{f(x)}{x}dx=10+\ln\frac{a+\sqrt{a^2+9}}{9}$.

54. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test14

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test14.pdf

2. Se consideră funcțiile $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^3-x-1}{x^2(x+1)}$ și $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\dfrac{x^2+1}{x}-\ln(x+1)$.

5p **a)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinați numărul real a, $a>1$, astfel încât $\displaystyle\int_1^a f(x)\,dx=\frac{1}{2}-\ln\frac{a+1}{2}$.

55. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test15

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test15.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-e^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^1 f(x)dx=\frac{3}{2}-e$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 xf(x)dx$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_0^1 x^n\left(x-f(x)\right)dx$. Demonstrați că $I_n+nI_{n-1}=e$, pentru orice număr natural n, $n\geq 2$.

56. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test16

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test16.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)\right) dx = \sqrt{5} - \sqrt{2} + \ln\frac{2+\sqrt{5}}{1+\sqrt{2}}$.
5p	**c)** Determinați $a \in (1,+\infty)$ astfel încât $\int_0^x f\left(e^t\right) dt = \ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x}+1}\right) + \ln(a-1)$, pentru orice număr real x.

57. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test17

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test17.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-4x+5\right)$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx=\frac{10}{3}$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă a funcției f este convexă.

5p **c)** Determinați numerele reale a, b și c astfel încât funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=e^x\left(ax^2+bx+c\right)$ este o primitivă a funcției f.

58. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test18

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test18.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.
5p	**c)** Arătați că $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)}{f(x)}dx = -e^{\frac{\pi}{2}} \ln 2$.

59. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test19

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test19.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$.
5p	**c)** Determinați numărul natural n, $n \geq 2$, pentru care $\int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{\sin^2 x}{f^2(x)}\,dx = \frac{1}{9}$.

60. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Teste Antrenament Oficiale · Test20

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test20.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f(x)e^{x^3+3x}\,dx$.
5p	**c)** Arătați că $15\int_0^1 f^7(x)dx-14\int_0^1 f^6(x)dx=128$.

61. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Toamna August · V03

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcţia $f:[0,1]\to\mathbb{R}$, $f(x)=1-x^3$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{3}{4}$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 x^2\left(f(x)\right)^3\,dx=\frac{1}{12}$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_0^1\left(f(x)\right)^{n+1}\,dx\le\int_0^1\left(f(x)\right)^n\,dx$, pentru orice număr natural nenul n.

62. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2020 · Vara Iunie · V06

2020_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{x^2+2x+2}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \left(x^2+2x+2\right) f(x)\,dx=\frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 \left(f(x)+\frac{1}{x^2+2x+2}\right)dx=\frac{1}{2}\ln 5$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_1^e \left(\frac{1}{f(x)}-2\right)\ln x\,dx=\frac{e^2+5}{4}$.

63. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Model Oficial

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**b)** Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ are aria egală cu $2\left(\sqrt{2}-1\right)$.
5p	**c)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f\left(x^2\right)}{x}dx=\ln\left(\sqrt{34}-\sqrt{17}+4\sqrt{2}-4\right)$.

64. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Simulare Nationala

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^e \left(2x+3-f\left(x\right)\right)dx$.
5p	**c)** Arătați că $\int_0^1 x^2 f\left(x^3+1\right)dx=\frac{4\left(2-\ln 2\right)}{3}$.

65. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test01

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test01.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\sin x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{\sin x}dx = e(e-1)$.

5p **b)** Calculați $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$.

5p **c)** Arătați că $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{f\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}{f(x)}dx = -\frac{\ln 2}{\sqrt{e^{\pi}}}$.

66. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test02.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2xe^x-2x+1}{x}$.

5p **a)** Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\ln x+2e^x-2x+2021$ este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^e f(x)\,dx=2e^e-4e+3$.

5p **c)** Calculați $\displaystyle\int_1^2 x\,f(x)\,dx$.

67. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test03

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test03.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_1^2 (x+2)f(x)\,dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real m, $m>2$, astfel încât $\int_2^m f(x)\,dx = 2m + \frac{1}{m} - \frac{17}{2}$.

68. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test04.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_{\frac{1}{4}}^{4} g(x)dx$.
5p	**c)** Determinați numărul real m, $m \in (0,1)$, pentru care $\int_{m}^{1} f^2(x)g(x)dx = \frac{1}{3}$.

69. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test05

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test05.pdf

2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+2x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_1^5 x(x+2)f(x)\,dx=16$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,dx$.

5p **c)** Demonstrați că orice primitivă F a funcției f este concavă.

70. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test06

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test06.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{2x+1}{e^{2x}}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{3x}f(x)}{2x+1}\,dx = e-1$.

5p **b)** Calculați $\displaystyle\int_0^1 e^x f(x)\,dx$.

5p **c)** Arătați că $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x(x+2)} f\left(\frac{1}{x}\right)dx = \frac{e-1}{2e^2}$.

71. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test07

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test07.pdf

5p	**b)** Pentru $n=1$, calculați $\int_0^1 f(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\frac{\pi}{4} \leq \int_0^1 f(x)dx \leq 1$, pentru orice număr natural n, $n \geq 2$.

72. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test08

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test08.pdf

5p	**b)** Calculaţi $\int_0^1 f(x)dx$.
5p	**c)** Arătaţi că $\int_0^n f(x)e^{-x}dx<1$, pentru orice număr natural nenul n.

73. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test09

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test09.pdf

	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\sin x$.
5p	**a)** Arătaţi că $\int_0^{\pi} f(x)dx=2$.
5p	**b)** Calculaţi $\int_0^{\pi} xf(x)dx$.
5p	**c)** Arătaţi că $\int_0^{1} f(x)dx \geq \int_0^{1} f^2(x)dx$.

74. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test10

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test10.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=-\frac{1}{e}$.

5p **b)** Calculați $\int_{0}^{1} x\,f\left(x^2\right)dx$.

5p **c)** Pentru fiecare număr natural nenul n, se consideră numărul $I_n=\int_{0}^{2} x^n\left(f(x)-2x\right)dx$. Demonstrați că $I_{n+1}+(n+1)I_n=2^{n+1}e^2$, pentru orice număr natural nenul n.

75. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test11

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test11.pdf

	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 2f(x)dx=3$.
5p	**b)** Calculați $\int_0^1 e^x f(x)dx$.
5p	**c)** Demonstrați că $\int_0^e f(e^x)dx\le\int_0^e e^{f(x)}dx$.

76. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Teste Antrenament Oficiale · Test12

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Teste_Antrenament_Oficiale_Subiect_Test12.pdf

5p	**b)** Calculați $\int_0^1 f\left(e^x\right)dx$.
5p	**c)** Arătați că $\int_1^4 e^{f(x)}dx = 2e^2$.

77. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Toamna August · V04

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_0^2 \frac{f(x)}{e^x}dx=2$.

5p **b)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}\left(f(x)+e^x\right)dx=\frac{e^2+1}{e}$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_{-1-a}^{-1+a} f(x)dx\geq -\frac{2a}{e}$, pentru orice $a\in(0,+\infty)$.

78. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2021 · Vara Iunie · V02

2021_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V02.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=1+\dfrac{2}{x^2+1}$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 \left(x^2+1\right) f(x)\,dx = 18$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^3 x f(x)\,dx = 4+\ln 5$.

5p **c)** Demonstrați că $F(x+1)\geq F(x)+1$, pentru orice număr real x, unde F este o primitivă a lui f.

79. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Model Oficial

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{2\ln x}{x^3}$ și funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, o primitivă a lui f.

5p **a)** Arătați că $\int_1^e x^2\left(f(x)+\frac{2\ln x}{x^3}\right)dx=1$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^{\sqrt{5}} x\cdot f\left(x^2+3\right)dx=-\frac{5\ln 2}{128}$.

5p **c)** Determinați numerele reale a pentru care $\int_e^{e^2} x\cdot F(x)\,dx=\frac{a^2-1}{2}$.

80. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Simulare Nationala

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{e^x+2x}{e^x}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 e^x f(x)\,dx=e$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_{-1}^0 f(x)\,dx=-1$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_0^1 F(x)f''(x)\,dx=\frac{a(e+1)}{e^2}$, unde $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f cu proprietatea $F(0)=0$.

81. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Speciala Subiect V03 · V03

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_0^2 \left(f(x) - \frac{4}{6x^2+1} \right) dx = \frac{\ln 5}{6}$.
5p	**c)** Determinați numărul real m pentru care $\int_0^1 \frac{x+4}{f(x)} \cdot e^{2x} dx = m\left(e^2 - 1\right)$.

82. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Toamna August · V07

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(3-2x)e^x$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x}\,dx=2$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^2 f(x)\,dx=e^2-5$.

5p **c)** Determinați $a\in(-\infty,1)$ pentru care $\int_a^1 \frac{e^{3x}}{f^3(x)}\,dx=\frac{2}{9}$.

83. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2022 · Vara Iunie · V01

2022_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_0^1 \left(f(x) - 2x^3 \right) dx = 1$.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^2 \frac{1}{x} \cdot f\left(x^2\right) dx = \frac{e^4 - e}{2} + a$.

84. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Model Oficial

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)}{x^3}\,dx = 2\left(1-\frac{1}{e}\right)$.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:[1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{x+1}{f(x)}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ are aria strict mai mare decât 1.

85. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Simulare Nationala

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p **b)** Arătați că $\int_0^2 \frac{x^2}{f(x)-x+2}dx=\frac{\ln 5}{3}$.

5p **c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)e^{-x}}{x}$. Arătați că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției g este concavă.

86. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Speciala Subiect V06 · V06

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V06.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3+\frac{3}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(f(x)-\frac{3}{x}\right)dx=\frac{15}{4}$.

5p **b)** Demonstrați că orice primitivă $G:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}f(x)$ este crescătoare.

5p **c)** Arătați că $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{1}{f(x)}dx=\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$.

87. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Toamna August · V07

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V07.pdf

5p	**c)** Arătați că $\int_0^1 \frac{xf\left(e^x\right)}{e^x}dx=\frac{e^2-5}{4}$.

88. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2023 · Vara Iunie · V01

2023_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+4\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x)-4\ln x\right)dx=7$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e x\left(f(x)-3x^2\right)dx=e^2+1$.

5p **c)** Demonstrați că $\int_1^{\sqrt{e}} f(x)F''(x)\,dx=\dfrac{(3e-1)(3e+5)}{2}$, pentru orice primitivă $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ a funcției f.

89. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Model Oficial

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_0^1 \frac{x^2}{f(x)-x}dx=\frac{\ln 2}{3}$.
5p	**c)** Determinați $a\in(-\infty,0)$, știind că $\int_a^0 e^{-x}\left(f'(x)-f(x)\right)dx=1-a^3e^{-a}$.

90. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Simulare Nationala

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Simulare_Nationala_Subiect.pdf

5p	**b)** Arătați că $\int_1^5 \left(3x^2 - f(x)\right)dx = 2\ln 3$.
5p	**c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x) = f\left(\sqrt{x}-1\right)$. Arătați că $\int_1^4 \left(a+bg(x)\right)g'(x)dx = 4a$, pentru orice numere reale a și b.

91. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Speciala Subiect V09 · V09

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V09.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-3,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_2^4\left(f(x)-\frac{1}{\sqrt{x+3}}\right)dx=18$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_1^6\left(f(x)-3x\right)dx=2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_{-2}^{1}\frac{1}{x+3}\left(f(x)-\frac{1}{\sqrt{x+3}}\right)dx=9(a-2\ln 2)$.

92. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Toamna August · V03

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x+1$.

5p **a)** Arătați că $\int_0^3 \left(f(x)-3x\right)dx=12$.

5p **b)** Arătați că $\int_0^1 \frac{1}{\left(f(x)-x^2\right)^2}dx=\frac{1}{4}$.

5p **c)** Arătați că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)-x^2-1}{e^x}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=1$ este egală cu $3\left(1-\frac{2}{e}\right)$.

93. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2024 · Vara Iunie · V10

2024_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V10.pdf

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+3}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^2 (x+1)f(x)\,dx=8$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx=1+2\ln 2$.

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\displaystyle\int_1^2 \left(x^2-1\right)e^x f(x)\,dx=e(e+a)$.

94. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Model Oficial

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 \left(f(x)-4\ln x\right)dx=\frac{7}{3}$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)-x^2}{x}dx=2$.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care $\int_1^2 \left(f(x)f''(x)+\left(f'(x)\right)^2\right)dx=m\left(f(2)-f(1)\right)$.

95. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Speciala Subiect V03 · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V03.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^{e^2}\left(\frac{f(x)}{x}+f'(x)\ln x\right)dx=af\left(e^2\right)$.

96. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Toamna August · V03

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V03.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_1^{e^2}\left(\frac{f(x)}{x}+f'(x)\ln x\right)dx=af\left(e^2\right)$.

97. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2025 · Vara Iunie · V01

2025_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V01.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real m pentru care $\int_1^e \frac{f(x)-3}{x^2}\cdot \ln x\,dx=\frac{e^2+m}{4}$.

98. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Model Oficial

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Model_Oficial_Subiect.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care volumul corpului obținut prin rotația graficului funcției $g:[0,2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)$ în jurul axei Ox este egal cu $\frac{a\pi}{3}$.

99. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Rezerva Toamna August · V05

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Rezerva_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V05.pdf

5p	**c)** Se consideră $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, o primitivă a funcției $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=f\left(x^2\right)-3x^4$. Știind că $\int_0^1 G(x)\,dx=\frac{1-e}{2}$, arătați că $G(1)=2$.

100. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Speciala Subiect V02 · V02

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Speciala_Subiect_V02.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\int_2^4 \frac{xf(x)}{f(x-1)}dx = ae(5+\ln 3)$.

101. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Toamna August · V04

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Toamna_August-Septembrie_Subiect_V04.pdf

5p	**c)** Determinați numărul real m pentru care aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)+3}{\sqrt{x}}$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$ este egală cu $58+m\ln 2$.

102. Matematica — Subiectul III, exercițiul 2

Sursă: 2026 · Vara Iunie · V03

2026_Matematica_M2_Stiinte-ale-Naturii_Sesiune_Vara_Iunie-Iulie_Subiect_V03.pdf

5p	**c)** Se consideră funcția $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$. Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției g, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$.